

令和3年度

専攻科入学者選抜試験
学力検査問題

数 学

(配点)

	配点
1	20点
2	30点
3	20点
4	10点
5	20点

[注 意]

1. 問題は、指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙は、1ページから2ページまでである。
検査開始の合図のあとで確かめること。
3. 答えは、すべて解答用紙に記入すること。

1 (基礎数学)

問1 方程式 $x^4 - x^3 + x^2 - 3x - 6 = 0$ を解け。

問2 方程式 $\frac{x}{x+2} - \frac{2x}{x-1} = -\frac{6}{x^2+x-2}$ を解け。

問3 $\sin \frac{\pi}{12}$ の値を求めよ。

問4 直線 $l: 2x + y - 5 = 0$ に関して、点 $A(-4, 2)$ と対称な点 B の座標を求めよ。

2 (微分・積分)

問1 極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan^{-1} x}{x^3}$ を求めよ。

問2 関数 $y = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$ の第2次導関数は $y'' = \frac{a \cos x + b}{(1 + \cos x)^2}$ となる。定数 a, b を求めよ。

問3 関数 $y = \frac{\log x}{x} \left(\frac{1}{e} \leq x \leq e^2 \right)$ の最大値を求めよ。

問4 不定積分 $\int x \cos 3x dx$ を求めよ。

問5 定積分 $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \sqrt{3 - x^2} dx$ を求めよ。

問6 媒介変数表示された曲線 $x = t^2, y = \frac{t^3}{3} \quad (0 \leq t \leq 2)$ の長さを求めよ。

3 (線形代数)

問1 2つのベクトル \vec{a}, \vec{b} が $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=3, |3\vec{a}-2\vec{b}|=6\sqrt{3}$ を満たすとき, \vec{a} と \vec{b} のなす角 θ を求めよ。ただし, $0 \leq \theta \leq \pi$ とする。

問2 ベクトル $\vec{n} = (2, -\sqrt{3}, 1)$ に垂直で, 点 $A(1, \sqrt{3}, 1)$ を通る平面の方程式を求めよ。

問3 次の行列 A の逆行列 A^{-1} を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

問4 問3の行列 A の実数の固有値に対する固有ベクトルを求めよ。

4 (微分方程式)

問1 微分方程式 $e^{-x}y' + y^2 = 0$ の解を初期条件「 $x=0$ のとき, $y = \frac{1}{3}$ 」のもとで求めよ。

問2 微分方程式 $y'' + 4y = 8x^2$ の一般解を求めよ。

5 (偏微分・重積分)

問1 関数 $z = \frac{1-xy}{1+xy}$ の偏導関数 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ を求めよ。

問2 関数 $z = x^3 - 6xy + 3y^2 + 5$ の極値を求めよ。また, 極値をとる点の座標も答えよ。

問3 次の累次積分の積分順序を変更せよ。

$$\int_0^4 \left\{ \int_{\frac{x}{2}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy \right\} dx$$

問4 次の2重積分の値を求めよ。

$$\iint_D \frac{1}{x^2 + y^2} dx dy \quad D: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0$$